

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ПОЛІСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Кафедра механічної інженерії та математики



ЗАТВЕРДЖУЮ

В.о. декана факультету

Заєць М.Л.

[Signature]
02.09. 2026 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

“Професійні математичні методи”

Рівень вищої освіти: Другий (магістерський)

Галузь знань : Н Сільське, лісове, рибне господарство
та ветеринарна медицина

Спеціальність: Н7 «Агроінженерія»

Освітня програма: АГРОІНЖЕНЕРІЯ

Житомир - 2026



Розробник: Журавльов Валерій Пилипович, доктор фізико-математичних наук,
професор, професор кафедри механічної інженерії та математики

Інформація про викладача

Викладач	Журавльов Валерій Пилипович
Профайл викладача	https://polissiauniver.edu.ua/%d0%b6%d1%83%d1%80%d0%b0%d0%b2%d0%bb%d1%8c%d0%be%d0%b2-%d0%b2%d0%b0%d0%bb%d0%b5%d1%80%d1%96%d0%b9-%d0%bf%d0%b8%d0%bb%d0%b8%d0%bf%d0%be%d0%b2%d0%b8%d1%87/
Контактна інформація	(067) 945-99-97, e-mail: vfz2008@ukr.net
Сторінка курсу в Moodle	http://m.polissiauniver.edu.ua/course/view.php?id=2685
Консультації	Консультація очна щовівторка з 15.00 до 16.00. Онлайн консультація через Zoom, Viber щочетверга з 15.30 до 17.00.

Робоча програма навчальної дисципліни **“Професійні математичні методи”**
затверджена на засіданні кафедри механічної інженерії та математики
Протокол № 1 від “01” вересня 2026 р.,

Завідувач кафедри механічної
Інженерії та математики

Олександр МЕДВЕДСЬКИЙ

Погоджено із гарантом
освітньої програми АГРОІНЖЕНЕРІЯ

Андрій ІЛЬЧЕНКО

Схвалено навчально-методичною комісією (НМК) факультету інженерії
та енергетики

Протокол від “01” вересня 2026 р. № 1

Голова НМК

Володимир КУЛИКІВСЬКИЙ

1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, освітній ступінь	Характеристика навчальної дисципліни	
		денна форма	заочна форма
Загальна кількість: кредитів – 5, годин 150, змістових модулів – 3.	Галузь знань: Н Сільське, лісове, рибне господарство та ветеринарна медицина	Обов'язкова	
	Спеціальність: Н7 «Агроінженерія»	Рік підготовки:	
		1-й	1-й
		Семестр	
		1-й	1-й
	Рівень вищої освіти: Другий (магістерський)	Лекції	
		24 год.	6 год.
		Практичні, семінарські	
		30 год.	8 год.
		Самостійна робота	
		96 год.	136 год.
		Індивідуальні завдання	
		2	2
		Вид контролю:	
		1 сем. - іспит	1 сем. – іспит

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Метою дисципліни є:

- навчання майбутніх інженерів методам сучасного математичного апарату, необхідного для моделювання та розв'язування інженерних задач у галузі діяльності майбутнього фахівця;
- розвиток інтелекту студентів, їх загальнонаукового та логічного мислення;
- засвоєння студентами необхідного математичного апарату, який допомагає моделювати, аналізувати і розв'язувати прикладні задачі із застосуванням комп'ютерної техніки. а також формування навичок дослідницької та експериментальної роботи у сільському господарстві,

Завдання дисципліни.

Основним завданням дисципліни є надання необхідного рівня знань з основ математичного формулювання та моделювання інженерних задач, логічного мислення та застосування цих знань у практичній діяльності майбутніх фахівців інженерного напрямку.

Процес вивчення дисципліни спрямований на формування елементів таких компетентностей:

а) **інтегральної**: здатність вирішувати складні завдання і проблеми професійної діяльності у галузі агропромислового виробництва у процесі навчання, що передбачає проведення досліджень та здійснення інновацій, які характеризуються невизначеністю умов і вимог.

загальних (ЗК):

ЗК 1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК 2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях:

спеціальних/фахових (СК/ФК):

СК 2. Здатність здійснювати наукові та прикладні дослідження для створення нових та удосконалення існуючих технологічних систем сільськогосподарського призначення, пошуку оптимальних методів їх експлуатації. Здатність застосовувати методи теорії подібності та аналізу розмірностей, математичної статистики, теорії масового обслуговування, системного аналізу для розв'язування складних задач і проблем сільськогосподарського виробництва.

Програмні результати навчання (ПРН):

ПРН 7. Планувати наукові та прикладні дослідження, обґрунтовувати вибір методології і конкретних методів дослідження.

ПРН 8. Створювати фізичні, математичні, комп'ютерні моделі для вирішування дослідницьких, проектувальних, організаційних, управлінських та технологічних задач.

ПРН 16. Створювати і оптимізувати інноваційні техніко-технологічні системи у рослинництві, тваринництві, зберіганні продукції і технічному сервісі.

ПРН 18. Застосовувати багатокритеріальні моделі прийняття рішень у детермінованих умовах та в умовах невизначеності під час вирішення професійних завдань.

ПРН 19. Забезпечувати охорону інтелектуальної власності.

У результаті вивчення навчальної дисципліни здобувач вищої освіти повинен

володіти:

- сучасними математичними методами дослідження та розв'язку інженерних задач,
- бути обізнаним з основними методами використання математики в навколишньому житті,
- використовувати набуті знання при обчисленні, розв'язанні конкретних задач виробництва,
- вміти моделювати, аналізувати, складати і розв'язувати прикладні задачі інженерного характеру;
- бути здатним до абстрактного мислення, аналізу та синтезу та застосовувати знання у практичних ситуаціях;

знати:

- сучасні методи застосування математики в інженерії,
- основи вищої математики, яка є фундаментом математичної освіти інженера;
- основні методи, які застосовуються при розв'язанні конкретних інженерних задач;

вміти:

- сформулювати інженерну задачу в математичних термінах і знайти шляхи розв'язку одержаної моделі;
- користуватися різними довідниками для розв'язку практичних задач;
- використовувати набуті знання та навички при розв'язуванні практичних задач та при вивченні нових дисциплін, які не викладались при навчанні спеціаліста у вищому начальному закладі.

Під час вивчення навчальної дисципліни здобувачі вищої освіти зможуть отримати додатково такі soft skills:

- Критичне мислення — аналіз умов задачі, перевірка припущень, оцінювання правильності аргументів і результатів.

- Уміння розв'язувати проблеми — визначення проблеми, пошук можливих способів розв'язання, вибір оптимальної стратегії та перевірка отриманого рішення.
- Логічне й аналітичне мислення — встановлення причинно-наслідкових зв'язків, структурування інформації, виявлення закономірностей.
- Комунікативні навички — чітке пояснення ходу розв'язання, аргументований захист власної позиції, коректне використання математичної термінології.
- Самостійність і відповідальність — планування власної роботи, виконання індивідуальних завдань, відповідальність за обраний метод і отриманий результат.
- Наполегливість і стійкість до труднощів — готовність повторно шукати розв'язання після помилок, сприймати невдачу як елемент навчання.
- Уважність і точність — контроль обчислень, дотримання послідовності дій, перевірка проміжних і кінцевих результатів.
- Креативність — пошук нестандартних способів розв'язання, побудова моделей, застосування математичних знань у нових ситуаціях.

Передумови до опанування навчальної дисципліни:

здобувач вищої освіти повинен знати:

- основні поняття курсу вищої математики,
- правила та поняття матричного числення розділу «Лінійна алгебра»,
- основні поняття розділу «Диференціальні рівняння»;

здобувач вищої освіти повинен вміти:

- логічно, абстрактно мислити, аналізувати та синтезувати,
- робити алгебраїчні дії з матрицями,
- розв'язувати системи лінійних алгебраїчних рівнянь,
- розв'язувати лінійні диференціальні рівняння та системи таких рівнянь,
- мати елементарну математичну культуру.

3. Програма навчальної дисципліни

Змістовий модуль 1. Узагальнення поняття оберненої матриці. Узагальнено обернені та псевдообернені матриці.

Тема 1. Поняття евклідового простору. Норма вектора в евклідовому просторі та її застосування для кількісного аналізу оцінювання станів і параметрів технічних систем. Базис евклідового простору. Поняття біортогональної системи векторів.

Тема 2. Матриці та дії над ними. Обернена матриця. Використання матричного апарату для формалізації прикладних задач агропромислового виробництва. Застосування он-лайн калькуляторів для обчислення оберненої матриці.

Тема 3. Метод «планшета» знаходження базисних векторів нуль-простору матриці та її транспонованої. Матриці Грама. Поняття проектора та ортопроектора, їх побудова. Використання проекторів для аналізу структури розв'язків, виділення суттєвих компонент математичних моделей. Застосування он-лайн калькуляторів для обчислення базисних векторів.

Тема 4. Поняття узагальнено оберненої матриці. Ліва, права односторонньо обернені матриці. Узагальнено обернена матриця, її властивості та побудова. Застосування узагальненого обернення для дослідження розв'язності математичних моделей, що виникають у процесі створення та удосконалення технологічних систем. Застосування он-лайн калькуляторів для обчислення узагальнено оберненої матриці.

Тема 5. Псевдообернена матриця, її побудова та основні властивості. Застосування он-лайн калькуляторів для обчислення псевдооберненої матриці.

Змістовий модуль 2. Сучасні методи дослідження систем лінійних рівнянь.

Тема 6. Огляд класичних методів знаходження розв'язків систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Інтернет можливості розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Метод Крамера. Метод оберненої матриці. Розв'язок матричних рівнянь різних типів. Метод Гауса. Застосування он-лайн калькуляторів для розв'язку систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

Тема 7. Сучасні методи розв'язків систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Критерій існування та представлення загальних розв'язків. Аналіз параметричної структури розв'язків у задачах математичного моделювання, планування досліджень і обґрунтування вибору методів розрахунку.

Тема 8. Перевизначені та недовизначені системи. Некоректно поставлені задачі. Псевдорозв'язки алгебраїчних систем. Застосування псевдорозв'язків для обробки експериментальних даних, оптимізації технологічних параметрів.

Змістовий модуль 3. Крайові задачі для систем лінійних диференціальних рівнянь як математичні моделі процесів.

Тема 9. Математичні моделі: означення, характеристики. Основні характеристики математичної моделі. Етапи побудови математичної моделі. Математичні моделі технологічних процесів та їх оптимальні методи дослідження. Інтелектуальна власність на результати математичного моделювання. Авторське право на програмну реалізацію, документацію та інші форми подання математичної моделі. Охорона технічних рішень, створених із застосуванням математичних моделей.

Тема 10. Розв'язок однорідної та неоднорідної системи диференціальних рівнянь. Умови існування та представлення загальних розв'язків крайових задач для систем звичайних диференціальних рівнянь.

4. Структура навчальної дисципліни

Структура курсу	Кількість годин									
	Денна форма					Заочна форма				
	Усього	у тому числі				Усього	у тому числі			
		лекції	практ.	лаб	сам.р.		лекції	практ.	лаб	сам.р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Змістовий модуль 1. Узагальнення поняття оберненої матриці. Узагальнено обернені та псевдообернені матриці.										
Тема 1. Евклідовий простір. Поняття евклідового простору. Норми вектора в евклідовому просторі та її застосування для кількісного аналізу оцінювання станів і параметрів технічних систем. Базис евклідового простору. Поняття біортогональної системи векторів.	12	2	2		8	10				10
Тема 2. Матриці та дії над ними. Обернена матриця. Використання матричного	12	2	2		8	14	1	1		12



апарату для формалізації прикладних задач агропромислового виробництва. Застосування он-лайн калькуляторів для обчислення оберненої матриці.									
Тема 3. Метод «планшета» знаходження базисних векторів нуль-простору матриці та її транспонованої. Матриці Грама. Поняття проектора та ортопроектора, їх побудова. Використання проекторів для аналізу структури розв'язків, виділення суттєвих компонент математичних моделей. Застосування он-лайн калькуляторів для обчислення базисних векторів.	22	2	2		18	13		1	12
Тема 4. Поняття узагальнено оберненої матриці. Ліва, права односторонньо обернені матриці. Узагальнено обернена матриця, її властивості та побудова. Застосування узагальненого обернення для дослідження розв'язності математичних моделей, що виникають у процесі створення та удосконалення технологічних систем. Застосування он-лайн калькуляторів для обчислення узагальнено оберненої матриці.	14	2	4		8	14	1	1	12
Тема 5. Псевдообернена матриця, її побудова та основні властивості. Застосування он-лайн калькуляторів для обчислення псевдооберненої матриці.	10	2	2		6	13		1	12
Разом за змістовним модулем 1	70	10	12		48	64	2	4	58
Змістовий модуль 2. Сучасні методи дослідження систем лінійних рівнянь.									
Тема 6. Огляд класичних методів знаходження розв'язків систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Інтернет можливості розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Метод Крамера. Метод оберненої матриці. Розв'язок матричних рівнянь різних типів. Метод	22	2	4		16	22	1	1	20

Гауса. Застосування он-лайн калькуляторів для розв'язку систем лінійних алгебраїчних рівнянь.										
Тема 7. Сучасні методи розв'язків систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Критерій існування та представлення загальних розв'язків. Аналіз параметричної структури розв'язків у задачах математичного моделювання, планування досліджень і обґрунтування вибору методів розрахунку.	14	4	2		8	16	1	1		14
Тема 8. Тема 8. Перевизначені та недовизначені системи. Некоректно поставлені задачі. Псевдорозв'язки алгебраїчних систем. Застосування псевдорозв'язків для обробки експериментальних даних, оптимізації технологічних параметрів.	12	2	2		8	10				10
Модульний контроль 1.	2		2							
Разом за змістовним модулем 2.	50	8	10		32	48	2	2		44
Змістовий модуль 3. Крайові задачі для систем лінійних диференціальних рівнянь як математичні моделі процесів.										
Тема 9. Математичні моделі: означення, характеристики. Основні характеристики математичної моделі. Етапи побудови математичної моделі. Математичні моделі технологічних процесів та їх оптимальні методи дослідження. Інтелектуальна власність на результати математичного моделювання. Авторське право на програмну реалізацію, документацію та інші форми подання математичної моделі. Охорона технічних рішень, створених із застосуванням математичних моделей.	12	2	2		8	13	1			12
Тема 10. Розв'язок однорідної та неоднорідної системи диференціальних рівнянь. Умови існування та представлення загальних	16	4	4		8	25	1	2		22

розв'язків крайових задач для систем звичайних диференціальних рівнянь.										
Модульний контроль 2.	2		2							
Разом за змістовним модулем 3.	30	6	8		16	36	2	2		34
Разом за I семестр	150	24	30		96	150	6	8		136

5. Темы практичних занять

Тема	Назва теми	Кількість годин	
		денна форма	заочна форма
1	Поняття евклідового простору. Норма вектора в евклідовому просторі. Базис евклідового простору. Поняття біортогональної системи векторів.	2	
2	Матриці та дії над ними. Обернена матриця. Застосування он-лайн калькуляторів для обчислення узагальнено оберненої матриці.	2	1
3	Метод «планшета» знаходження базисних векторів нуль-простору матриці та її транспонованої. Матриці Грама. Поняття проектора та ортопроектора, їх побудова. Застосування он-лайн калькуляторів для обчислення базисних векторів нуль-простору.	2	1
4	Поняття узагальнено оберненої матриці. Ліва, права односторонньо обернені матриці. Узагальнено обернена матриця, її властивості та побудова. Застосування он-лайн калькуляторів для обчислення узагальнено оберненої матриці.	4	1
5	Псевдообернена матриця, її побудова та основні властивості. Застосування он-лайн калькуляторів для обчислення псевдооберненої матриці.	2	1
6	Огляд класичних методів знаходження розв'язків систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Метод Крамера. Метод оберненої матриці. Розв'язок матричних рівнянь різних типів. Метод Гауса. Застосування он-лайн калькуляторів для розв'язку систем лінійних алгебраїчних рівнянь.	4	1
7	Сучасні методи розв'язків систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Критерій існування та представлення загальних розв'язків.	2	1
8	Перевизначені та недовизначені системи. Некоректно поставлені задачі. Псевдорозв'язки алгебраїчних систем.	2	
	Модульний контроль 1.	2	
9	Поняття математичної моделі процесу. Загальний вигляд математичної моделі. Приклади технічних моделей. Приклади математичних моделей. Модель про розподіл ресурсів.	2	

10	Розв'язок системи диференціальних рівнянь. Умови існування та представлення загальних розв'язків крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь.	4	2
	Модульний контроль 2.	2	
	ВСЬОГО:	30	8

6. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	
		денна форма	заочна форма
1	Тема 1. Ранг матриці, нуль-простір, дії над матрицями, обернена матриця Завдання для самостійної роботи: 1. Розкрити поняття рангу матриці та охарактеризувати основні способи його знаходження. 2. Знайти ранг заданих матриць методом елементарних перетворень та методом мінорів; порівняти отримані результати. 3. Розкрити поняття нуль-простору матриці, визначити його розмірність та знайти базис для заданої матриці. 4. Систематизувати основні дії над матрицями та проілюструвати їх конкретними прикладами. 5. Побудувати обернену матрицю різними способами та перевірити правильність результату за допомогою матричного множення. Форма звітності: презентація.	8	10
2	Тема 2. Матриці Грама. Проектори та ортопроектори на нуль-простори матриць Завдання для самостійної роботи: 1. Розкрити поняття матриці Грама, алгоритм її побудови та основні властивості. 2. Побудувати матрицю Грама для заданої системи векторів та дослідити їх лінійну залежність. 3. Розкрити поняття проектора й ортопроектора та встановити відмінності між ними. 4. Побудувати проектор та ортопроектор на заданий підпростір і перевірити їх основні властивості. 5. Знайти базис нуль-простору заданої матриці та побудувати ортопроектор на цей нуль-простір. Форма звітності: практична робота.	8	12
3	Тема 3. Метод «планшета». Нуль-простори матриці та її транспонованої. Матриці Грама і проектори Завдання для самостійної роботи:	16	12

	1. Описати алгоритм методу «планшета» для знаходження базисних векторів нуль-простору матриці. 2. Методом «планшета» знайти базис нуль-простору заданої матриці та перевірити отримані базисні вектори. 3. Знайти базиси нуль-просторів матриці (A) та транспонованої матриці (A^T), порівняти їх розмірності. 4. Для отриманих базисів побудувати матриці Грама та відповідні проектори або ортопроектори. 5. Виконати аналогічні обчислення за допомогою онлайн-калькулятора та порівняти результати з ручними обчисленнями. Форма звітності: аналітичний звіт.		
4	Тема 4. Узагальнено оборотні матриці. Ліва і права односторонньо обернені матриці Завдання для самостійної роботи: 1. Обґрунтувати необхідність введення поняття узагальнено оберненої матриці та порівняти її зі звичайною оберненою матрицею. 2. Розкрити поняття лівої односторонньо оберненої матриці, умови її існування та способи побудови. 3. Розкрити поняття правої односторонньо оберненої матриці, умови її існування та способи побудови. 4. Порівняти звичайну, односторонньо обернену, узагальнено обернену та псевдообернену матриці. 5. Обчислити узагальнено обернену та псевдообернену матриці вручну й за допомогою онлайн-калькулятора та перевірити результати. Форма звітності: презентація.	8	12
5	Тема 5. Псевдообернена матриця, її побудова та основні властивості Завдання для самостійної роботи: 1. Розкрити поняття псевдооберненої матриці Мура–Пенроуза та її відмінність від звичайної оберненої матриці. 2. Сформулювати та пояснити основні умови Мура–Пенроуза. 3. Побудувати псевдообернену матрицю для матриць повного стовпцевого та повного рядкового рангу. 4. Дослідити зв'язок між звичайною оберненою та псевдооберненою матрицями на конкретних прикладах. 5. Знайти псевдообернену матрицю вручну та за допомогою онлайн-калькулятора, перевірити виконання умов Мура–Пенроуза. Форма звітності: розрахункова робота.	6	12
6	Тема 6. Розв'язування систем лінійних рівнянь за формулами Крамера, за допомогою оберненої матриці та методом Гауса Завдання для самостійної роботи: 1. Сформулювати умови застосування формул Крамера та розв'язати задану систему цим методом.	18	20

	2. Представити систему у матричному вигляді та знайти її розв'язок за допомогою оберненої матриці. 3. Описати алгоритм методу Гауса та застосувати його для розв'язування заданої системи. 4. Розв'язати одну систему трьома методами та виконати перевірку отриманих результатів. 5. Порівняти метод Крамера, метод оберненої матриці та метод Гауса за умовами застосування й обчислювальною складністю. Форма звітності: розрахункова робота.		
7	Тема 7. Сучасні методи розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Критерій існування та представлення розв'язків Завдання для самостійної роботи: 1. Систематизувати прямі та ітераційні методи розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь. 2. Розкрити критерій Кронекера–Капеллі та пояснити його застосування для встановлення сумісності систем. 3. Для заданих систем визначити ранг матриці коефіцієнтів і розширеної матриці та встановити кількість розв'язків. 4. Знайти частинний розв'язок і базис нуль-простору та записати загальний розв'язок сумісної системи. 5. Порівняти метод Гауса й один з ітераційних методів за умовами та доцільністю застосування. Форма звітності: аналітична презентація.	8	14
8	Тема 8. Перевизначені та недовизначені системи. Некоректно поставлені задачі. Псевдорозв'язки Завдання для самостійної роботи: 1. Розкрити поняття перевизначених і недовизначених систем та визначити особливості множини їх розв'язків. 2. Для заданих систем визначити їх тип, ранг та характер множини розв'язків. 3. Розкрити поняття коректно і некоректно поставленої задачі та охарактеризувати умови коректності за Адамаром. 4. Пояснити поняття псевдорозв'язку та його зв'язок із мінімізацією нев'язки і методом найменших квадратів. 5. Знайти псевдорозв'язок заданої несумісної системи за допомогою псевдооберненої матриці та оцінити отриману нев'язку. Форма звітності: доповідь.	8	10
9	Тема 9. Поняття математичної моделі процесу. Технічні та математичні моделі. Модель розподілу ресурсів Завдання для самостійної роботи: 1. Розкрити поняття математичної моделі та охарактеризувати основні етапи математичного моделювання. 2. Охарактеризувати основні складові математичної моделі: вхідні дані, параметри, змінні, обмеження та вихідні характеристики.	8	12

	3. Класифікувати математичні моделі та навести приклади технічних процесів, що описуються моделями різних типів. 4. Побудувати математичну модель обраного технічного або технологічного процесу, визначивши її змінні, параметри й обмеження. 5. Сформулювати й розв'язати просту задачу розподілу обмежених ресурсів та проаналізувати отриманий результат. Форма звітності: презентація.		
10	Тема 10. Системи диференціальних рівнянь. Крайові задачі для звичайних диференціальних рівнянь Завдання для самостійної роботи: 1. Розкрити поняття системи звичайних диференціальних рівнянь, загального та частинного розв'язків. 2. Виконати перехід від диференціального рівняння вищого порядку до еквівалентної системи рівнянь першого порядку. 3. Знайти загальний розв'язок заданої лінійної системи диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. 4. Порівняти задачу Коші та крайову задачу, охарактеризувати основні умови існування й єдиності їх розв'язків. 5. Розв'язати задану крайову задачу аналітично та перевірити виконання диференціального рівняння і крайових умов. Форма звітності: презентація-доповідь.	8	22
	ВСЬОГО:	96	136

6. Методи навчання

Під час викладання навчальної дисципліни використовуються такі методи навчання: вербальні методи (лекція, пояснення); наочні методи (демонстрація, ілюстрація); практичні методи (виконання різних видів завдань прикладного характеру); метод командної роботи, мозковий штурм; методи самостійної роботи (анотування опрацьованого матеріалу, вирішення задач, проведення розрахунків, підготовка доповідей).

7. Форми контролю і методи оцінювання

Основними видами контролю результатів навчання під час вивчення дисципліни «Професійні математичні методи» є: поточний і підсумковий.

Поточний контроль здійснюється у формі усного та письмового опитування, тестування, виконання завдань самостійної роботи, підготовки презентацій та аналітичних оглядів. За сукупністю певних тем здійснюється контроль у вигляді модульних контрольних робіт.

Після вивчення курсу застосовується підсумковий контроль у формі екзамену. Екзамен проводиться для всіх без винятку здобувачів вищої освіти (незалежно від кількості балів, отриманих за результатами поточного та періодичного контролю за семестр). До підсумкового контролю з навчальної дисципліни допускаються здобувачі вищої освіти, які виконали всі види індивідуальних завдань та обов'язкових робіт (практичних завдань, індивідуальних робіт, тощо), передбачених робочою програмою. Екзамен охоплює різні способи контролю: вирішення тестів, обґрунтування теоретичного завдання та розв'язання задач. Білети екзамену містять 1 теоретичне питання та 2 практичних завдання, відповіді на які ґрунтуються на обсязі знань з усього курсу.

Підсумкова оцінка визначається шляхом оцінювання навчальних досягнень за 5-бальною системою з наступним переведенням у 60-бальну через множення середньоарифметичного значення на коефіцієнт переведення - 12 та підсумовуванням з результатами підсумкового контролю (екзамен - максимум 40 балів).

8. Питання для підсумкового контролю

Тема 1. Евклідовий простір. Норма. Базис. Біортогональні системи

1. Дайте означення евклідового простору та наведіть приклади евклідових просторів.
2. Що називають скалярним добутком векторів та яким властивостям він повинен задовольняти?
3. Як визначається відстань між двома векторами в евклідовому просторі?
4. Що називають лінійно незалежною системою векторів і базисом евклідового простору?
5. Що таке ортогональний та ортонормований базис? У чому полягає їх відмінність?
6. Дайте означення біортогональної системи векторів. Які умови повинні виконуватися для двох біортогональних систем?
7. Як за координатами векторів визначити їх ортогональність, норму та кут між ними?

Тема 2. Матриці та дії над ними. Обернена матриця

9. Дайте означення матриці. Які основні типи матриць використовуються в лінійній алгебрі?
10. Які операції можна виконувати над матрицями та за яких умов вони визначені?
11. Сформулюйте правило множення матриць. Чому множення матриць у загальному випадку не є комутативним?
12. Що називають транспонованою матрицею та які основні властивості має операція транспонування?
13. Дайте означення оберненої матриці. За яких умов квадратна матриця має обернену?
14. Якими способами можна знайти обернену матрицю?
15. Як перевірити правильність обчислення оберненої матриці?

Тема 3. Нуль-простір матриці. Матриці Грама. Проектори та ортопроектори

17. Що називають нуль-простором матриці та як він пов'язаний з однорідною системою лінійних рівнянь?
18. Як визначити розмірність нуль-простору матриці через її ранг?
19. У чому полягає метод «планшета» для знаходження базисних векторів нуль-простору матриці?
20. Як знайти базис нуль-простору транспонованої матриці?
21. Що називають матрицею Грама системи векторів і як вона будується?
22. Який зв'язок існує між визначником матриці Грама та лінійною незалежністю векторів?
23. Дайте означення проектора та ортопроектора. Які властивості має матриця ортогонального проектора?
24. Як побудувати ортопроектор на підпростір та як перевірити результат за допомогою онлайн-калькулятора?

Тема 4. Узагальнено обернені та односторонньо обернені матриці

25. У чому полягає необхідність узагальнення поняття оберненої матриці?
26. Дайте означення лівій односторонньо оберненої матриці та сформулюйте умови її існування.

27. Дайте означення правої односторонньо оберненої матриці та сформулюйте умови її існування.
28. Яка прямокутна матриця може мати ліву обернену матрицю, а яка — праву?
29. Дайте означення узагальнено оберненої матриці.
30. Які основні властивості має узагальнено обернена матриця?
31. Якими способами можна побудувати узагальнено обернену матрицю?
32. Як перевірити, що знайдена за допомогою онлайн-калькулятора матриця є узагальнено оберненою до заданої?

Тема 5. Псевдообернена матриця

33. Дайте означення псевдооберненої матриці Мура—Пенроуза.
34. Сформулюйте чотири умови Мура—Пенроуза.
35. У чому полягає відмінність між узагальнено оберненою та псевдооберненою матрицями?
36. Чому псевдообернена матриця існує для будь-якої прямокутної матриці?
37. Як знайти псевдообернену матрицю для матриці повного стовпцевого рангу?
38. Як знайти псевдообернену матрицю для матриці повного рядкового рангу?
39. Який зв'язок між псевдооберненою матрицею та методом найменших квадратів?
40. Як перевірити правильність псевдооберненої матриці?

Тема 6. Класичні методи розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь

41. Що називають системою лінійних алгебраїчних рівнянь та як записати її у матричній формі?
42. Сформулюйте правило Крамера. За яких умов його можна застосовувати?
43. У чому полягає метод розв'язування системи за допомогою оберненої матриці?
44. У чому полягає метод Гауса та які основні етапи його виконання?
45. Як розв'язують матричні рівняння типів $(AX=B)$, $(XA=B)$ та $(AXB=C)$?
46. Порівняйте метод Крамера, метод оберненої матриці та метод Гауса за обчислювальною складністю і сферою застосування.
47. Як використовувати онлайн-калькулятори для розв'язування систем лінійних рівнянь та як перевірити отриманий результат?

Тема 7. Сучасні методи розв'язування СЛАР. Існування та представлення розв'язків

49. Сформулюйте критерій Кронекера—Капеллі сумісності системи лінійних рівнянь.
50. За яких умов система лінійних рівнянь має єдиний розв'язок?
51. За яких умов система має нескінченну множину розв'язків?
52. За яких умов система лінійних рівнянь є несумісною?
53. Як подати загальний розв'язок сумісної невизначеної системи?

Тема 8. Перевизначені та недовизначені системи. Некоректно поставлені задачі

57. Яку систему лінійних рівнянь називають перевизначеною?
58. Яку систему називають недовизначеною та які особливості має множина її розв'язків?
59. Що називають псевдорозв'язком системи лінійних алгебраїчних рівнянь?
60. Як метод найменших квадратів використовується для знаходження псевдорозв'язку перевизначеної системи?
61. Як за допомогою псевдооберненої матриці знайти псевдорозв'язок системи?
62. Що називають розв'язком мінімальної норми для недовизначеної системи?
63. Яку математичну задачу називають коректно поставленою за Адамаром? Які ознаки має некоректно поставлена задача?

Тема 9. Математичні моделі та етапи їх побудови

65. Дайте означення математичної моделі.
66. Які основні функції виконує математична модель для дослідження реального процесу або системи?
67. Які основні характеристики математичної моделі визначають її якість?
68. Що розуміють під адекватністю математичної моделі?
69. Назвіть та охарактеризуйте основні етапи побудови математичної моделі.
70. У чому полягають концептуалізація та математична формалізація досліджуваного процесу?
71. Як здійснюють ідентифікацію параметрів і перевірку адекватності математичної моделі?
72. Наведіть приклад математичної моделі технологічного або агроінженерного процесу та визначте її вхідні параметри, змінні стану, обмеження і вихідні характеристики.
73. Як можна фіксувати та здійснювати свої авторські права.

Тема 10. Системи диференціальних рівнянь. Крайові задачі

74. Що називають системою звичайних диференціальних рівнянь та що є її розв'язком?
75. Яку систему лінійних диференціальних рівнянь називають однорідною, а яку — неоднорідною?
76. Як будується загальний розв'язок однорідної системи лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами?
77. Як будується загальний розв'язок неоднорідної системи лінійних диференціальних рівнянь?
78. Що називають початковою та крайовою задачами для систем звичайних диференціальних рівнянь і в чому полягає відмінність між ними?
79. Які умови визначають існування та єдиність розв'язку крайової задачі для системи лінійних диференціальних рівнянь?
80. Як системи диференціальних рівнянь використовуються як математичні моделі агроінженерних процесів? Наведіть приклади процесів, які можуть бути описані такими системами.

10. Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти

Таблиця 1

Змістовний модуль 1							Змістовний модуль 2				МКР2	Інд. сам. завд.
Практичні роботи							Практичні роботи					
T1	T2	T3	T4	T4	T5	T5	T6	T6	T7	T8		
1	2	3	4	5	6	7	9	10	11	12	13	14
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

Продовження таблиці 1

Змістовний модуль 3			МКР2	Інд. сам. завд.	Середня оцінка (1+2+...+19)/19 5-бальна шкала	Поточний контроль Сер.оц. x 12 балів	Екзамен 40 балів	Підсумкова оцінка 60+40=100 балів
Практичні роботи								
T9	T10	T10						
15	16	17	18	19	20	21	22	23
5	5	5	5	5	5	60	40	100

Примітка: 12 – коефіцієнт переведення з 5-бальної шкали у 60-бальну при складанні іспиту.

Шкала оцінювання: університетська та 100-бальна

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Для екзамену
90-100	Відмінно
75-89	Добре
60-74	Задовільно
менше 60	Незадовільно

11. Політики дисципліни

Політики курсу **“Професійні математичні методи”** вибудовуються із урахуванням норм законодавства України щодо академічної доброчесності, у т. ч. щодо використання штучного інтелекту, та регламентних документів щодо організації навчання у Поліському національному університеті.

Політика щодо відвідування: задля успішного засвоєння теоретичних знань і формування професійних компетентностей здобувачі освіти зобов’язані регулярно відвідувати заняття, брати активну участь у обговоренні ключових питань із теми, виконувати необхідний мінімум навчальної роботи.

Політика щодо дедлайнів: індивідуальні та самостійні роботи здобувачі освіти мають здавати вчасно, відповідно до плану заняття. За об’єктивних причин (наприклад, хвороба, участь у конференціях, тривога, відсутність світла тощо) термін зарахування навчальних завдань може бути подовжений за погодженням із викладачем курсу. Роботи, які здаються із порушенням термінів без поважних причин, зараховуються зі зниженням оцінки.

Політика щодо комунікації із викладачем: у разі виникнення певних труднощів при вивченні дисципліни здобувач освіти може звертатися до викладача у години консультацій за додатковими роз’ясненнями.

12. Ключові терміни навчальної дисципліни

№	Термін	Відповідник англійською мовою
1	Псевдообернена матриця	Pseudoinverse matrix
2	Система лінійних алгебраїчних рівнянь	System of linear algebraic equations
3	Біортогональна система векторів	Biorthogonal vector system
4	Критерій існування розв’язків	Criterion for the existence of solutions
5	Математична модель	Mathematical model
6	Система лінійних диференціальних рівнянь	System of linear differential equations
7	Крайова задача	Boundary value problem

13. Рекомендована література

Основна література

1. Журавльов В. П. Нормально розв’язні крайові задачі та задачі з керуванням. Житомир : ТОВ «Бук-друк», 2025. 546 с.
2. Журавльов В. П., Фомін М. П. Узагальнене обернення операторних матриць : узагальнення теореми Фробеніуса. Нелінійні коливання. 2023. Т. 26, № 1. С. 42–54.

3. • Медведєв М. Г., Мулява О. М., Омецинська Н. В. Вища математика: основні розділи. Одеса : Олді+, 2025. 286 с.
4. Журавльов В. П., Слюсаренко І. П., Фомін М. П. Математичні моделі дослідження операцій : навч. посіб. Житомир : Поліський національний університет, 2021. 216 с.
5. Журавльов В. П., Слюсаренко І. П., Фомін М. П. Вища математика. Житомир : Поліський національний університет, 2024. 272 с.
6. Журавльов В. П., Рассадкіна М. В., Слюсаренко І. П., Фомін М. П. Вища математика : навч. посіб. для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти інженерних спеціальностей. Житомир : Поліський національний університет, 2026. 273 с.
7. Бойчук О. А., Журавльов В. П., Самойленко А. М. Нормально розв'язні крайові задачі. Київ : Наукова думка, 2019. 628 с.
8. Антонєць А. В., Флегантов Л. О., Овсієнко Ю. І. Вища математика. Полтава : Копі-Прінт, 2022. 208 с.
9. • Федак С. І., Шелестовський Б. Г. Навчальний посібник з курсу «Математичне моделювання технічних систем». Тернопіль : ТНТУ ім. Івана Пулюя, 2025. 164 с.
10. • Балтовський О. А., Форос Г. В., Сіфоров О. І. Основи математичного моделювання. Одеса : ОДУВС, 2023. 156 с.
11. Кириченко В. М., Кириченко Ю. В., Соколенко Ю. М. Право інтелектуальної власності. Запоріжжя : НУ «Запорізька політехніка», 2024. 161 с.

Додаткова література

1. Бойчук О. А., Журавльов В. П. Розв'язність лінійних інтегро-диференціальних рівнянь з невідродженим ядром у гільбертових просторах. Український математичний журнал. 2023. Т. 75, № 1. С. 52–61..
2. Бондар І. А. Крайові задачі для інтегро-диференціальних рівнянь. Збірник праць Інституту математики НАН України. 2024. Т. 21, № 1. С. 1–12. DOI: 10.3842/trim.v21n1.537.
3. Журавльов В. П., Слюсаренко І. П., Фомін М. П., Ярош Я. Д. Вища математика : навч. посіб. Житомир : ЖНАЕУ, 2020. 256 с.
4. Журавльов В. П. Побудова узагальнено оберненого оператора до матричного у банаховому просторі. Науковий вісник Ужгородського університету. Серія: Математика і інформатика. Ужгород, 2010. Вип. 21. С. 61–71.
5. Журавльов В. П. Псевдообернений оператор до матричного у нескінченновимірному гільбертовому просторі. Науковий вісник Ужгородського університету. Серія: Математика і інформатика. Ужгород : Видавництво УжНУ «Говерла», 2011. Вип. 22, № 1. С. 52–63.
6. Федак С. І., Шелестовський Б. Г. Навчальний посібник з курсу «Математичне моделювання технічних систем» для підготовки магістрів спеціальності 131 «Прикладна механіка». Тернопіль : Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, 2024. 164 с.
7. Балтовський О. А., Форос Г. В., Сіфоров О. І. Основи математичного моделювання : навч. посіб. / за заг. ред. О. А. Балтовського. Одеса : ОДУВС, 2023. 156 с.

14. Електронні інформаційні ресурси

Бібліотечно-інформаційний ресурс (книжковий фонд, періодика, фонди на електронних носіях тощо) бібліотеки Поліського національного університету, Житомирської обласної універсальної наукової бібліотеки ім. Олега Ольжича (<http://www.lib.zt.ua/>, 10014, м. Житомир, Новий бульвар, (0412) 37-84-33), Національної бібліотеки України ім. В.І. Вернадського (<http://www.nbuv.gov.ua/>, Київ, просп. 40-річчя Жовтня, 3 +380 (44) 525-81-04) та інших бібліотек

Інституційний репозитарій Поліського національного університету (наукові статті, автореферати дисертацій та дисертації, навчальні матеріали, студентські роботи, матеріали конференцій, патенти, комп'ютерні програми, статистичні матеріали, навчальні об'єкти, наукові звіти).

Інформаційні ресурси для самостійної та неформальної освіти

<https://www.coursera.org/learn/matrix-algebra-engineers?specialization=mathematics-engineers>

(Матрична алгебра для інженерів).

https://www.coursera.org/specializations/mathematics-engineers?utm_source=chatgpt.com

(Математика для інженерів: матриці, диференціальне числення, диференціальні рівняння, чисельні методи).

<https://prometheus.org.ua/prometheus-free/intro-to-chatgpt/> (Початок роботи з чат GPT).

<https://ocw.mit.edu/courses/18-06-linear-algebra-spring-2010/> (Лінійна алгебра).

<https://ocw.mit.edu/courses/18-03-differential-equations-spring-2010/> (Диференціальні рівняння).

https://onlinecourses.nptel.ac.in/e-learning/preview/noc20_ma37 (Інженерна математика).

<https://www.wolframalpha.com/examples/mathematics/differential-equations> (Диференціальні рівняння).